



Aufgabenblatt: Lineare Gleichungssysteme

1. Die *Koordinatengleichung* der Geraden lautet $Ax + By + C = 0$. Eine derart gegebene Gerade kann in ein Koordinatensystem gezeichnet werden, indem sie in die *Funktionsgleichung* $y = ax + b$ umgerechnet wird, oder indem einzelne Punkte der Geraden bestimmt werden. Dies geschieht, indem für x ein beliebiger Wert (beispielsweise 0) eingesetzt wird und dann die Gleichung nach y aufgelöst wird. Verwende beide Methoden abwechselungsweise, um die folgenden Geraden einzuzichnen:

- a) $3x - y = 0$ b) $x - 3y - 12 = 0$
c) $y = -2$ d) $y + 2 = 0$
e) $x - 3 = 0$ f) $2x + y - 4 = 0$
g) $4x + 12y + 3 = 0$ h) $2x - 14y + 21 = 0$

2. Löse die folgenden Gleichungssysteme:

- a) $\begin{cases} 3x + y = 73 \\ 2x - y = 32 \end{cases} \left\{ \begin{matrix} 21 \\ 10 \end{matrix} \right\}$ b) $\begin{cases} 2a + 5b = 1 \\ 6a + 7b = 3 \end{cases} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{matrix} \right\}$
c) $\begin{cases} x = 3y - 19 \\ y = 3x - 23 \end{cases} \left\{ \begin{matrix} 11 \\ 10 \end{matrix} \right\}$ d) $\begin{cases} 3a - 7b = 2 \\ 15a - 35b = 12 \end{cases} \ll = \{ \}$
e) $\begin{cases} 0.16u - 0.04v = 1 \\ 0.38u - 0.22v = 2 \end{cases} \left\{ \begin{matrix} 7 \\ 3 \end{matrix} \right\}$ f) $\begin{cases} \frac{c}{2} + \frac{d}{3} = 7 \\ \frac{c}{3} + \frac{d}{2} = 8 \end{cases} \left\{ \begin{matrix} 6 \\ 12 \end{matrix} \right\}$
g) $\begin{cases} \frac{m}{2} + \frac{n}{3} = 1 \\ 6m + 4n = 12 \end{cases} \ll = \left\{ \begin{matrix} P(x,y) \\ 3m + 2n = 6 \end{matrix} \right\}$ h) $\begin{cases} 3x = 2 + 5y \\ 6 = \frac{24}{3x} + \frac{10y}{x} \end{cases} \ll = \emptyset$

3. Bestimme die gesuchten Zahlen:

- a) Subtrahiert man vom Fünffachen einer Zahl das Doppelte einer zweiten Zahl, so erhält man -39. Das Vierfache der ersten Zahl und das Dreifache der zweiten Zahl ergeben zusammen -114.
b) Summe und Quotient zweier Zahlen ergeben je 5.
c) Durch Umstellen der beiden Ziffern einer Zahl erhöht sich ihr Wert um 18. Dividiert man die ursprüngliche Zahl durch das Vierfache ihrer Quersumme, so erhält man 1 Rest 12.
d) Dividiert man eine zweiziffrige Zahl durch ihre Quersumme, so erhält man 7 Rest 3. Vertauscht man die Ziffern der ursprünglichen Zahl und dividiert diese durch die um 3 verminderte Quersumme, so erhält man 5 Rest 2.
e) Die doppelte Summe zweier Zahlen beträgt 140. Dividiert man die eine Zahl durch 8 und die andere durch 9, so ist die Summe der Quotienten 8.

③ a) $5x - 2y = -39$ $-15, -18$
 $4x + 3y = -114$

$15x - 6y = -117$

$8x + 6y = -228$

$23x = -345$

$x = -15$

$-60 + 3y = -114 \quad | +60$

$3y = -54$

$y = -18$

$\mathcal{L} = \{(-15, -18)\}$

b) $x + y = 5$

$\frac{x}{y} = 5$

$x + \frac{5}{6} = 5$

$x = \frac{25}{6}$

$x + y = 5$

$x = 5y$

$\mathcal{L} = \left\{ \left(\frac{25}{6}, \frac{5}{6} \right) \right\}$

$x + y = 5$

$x - 5y = 0$

$6y = 5$

$y = \frac{5}{6}$

c) xy, yx

$10y + x - (10x + y) = 18$

$10y + x - 10x - y = 18$

$-9x + 9y = 18$

$-x + y = 2$

$\frac{10x + y}{4(x+y)} = 12 \quad | \cdot 12$

$4(x+y) \cdot 12 = 10x + y$

$4x + 4y + 12 = 10x + y$

$-6x + 3y = -12 \quad | :3$

$2x - y = 4$

$-x + y = 2$

$2x - y = 4$

$x = 6, y = 8$

68

$12 : 5 = 2 \text{ R } 2$

$\mathcal{L} = \{(6, 8)\}$

$$d) \quad \begin{aligned} 7(x+y)+3 &= 10x+y \\ 7x+7y+3 &= 10x+y \\ 3 &= 3x-6y \\ 3x-6y &= 3 \\ x-2y &= 1 \end{aligned}$$

73

$$37: 7 = 5 \text{ R } 2$$

$$\begin{aligned} (x+y-3) \cdot 5 - 2 &= 10y+x \\ \underline{5x+5y-15-2} &= \underline{10y+x} \\ 4x-5y-13 &= 0 \\ 4x-5y &= 13 \\ 4x-5y &= 13 \\ -4x+8y &= -4 \\ \hline 3y &= 9 \\ y &= 3 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

$$e) \quad \begin{aligned} 2x+2y &= 1160 \\ x+y &= 70 \\ \frac{x}{8} + \frac{y}{9} &= 8 \quad | \cdot 72 \\ 9x+8y &= 576 \\ -8x-8y &= 560 \\ x &= 16 \\ y &= 54 \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} \quad V_1 \cdot \frac{7}{6} = V_2 \frac{7}{6} + 9 \frac{1}{3}$$

$$V_1 - \frac{1}{6} + V_2 \frac{1}{6} = 9 \frac{1}{3} = \frac{28}{3}$$

$$V_1 + V_2 = 56$$

$$7V_1 - 7V_2 = 56$$

$$V_1 - V_2 = 8$$

$$2V_1 = 64$$

$$V_1 = 32$$

$$V_2 = 24$$

5

$$\frac{x}{y} = \frac{7}{11}$$

$$x = \frac{7}{11}y$$

$$11x = 7y$$

$$11x - 7y = 0$$

$$\frac{x+4}{y+4} = \frac{2}{3}$$

$$3(x+4) = 2(y+4)$$

$$3x + 12 = 2y + 8$$

$$3x - 2y = -4$$

$$-21x + 14y = 28$$

$$22x - 14y = 0$$

$$x = 28$$

$$84 - 2y = -4$$

$$88 = 2y$$

$$44 = y$$

$$\Downarrow = \{(28, 44)\}$$

$$\frac{28}{44} = \frac{14}{22} = \frac{7}{11}$$

$$\frac{32}{48} = \frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \checkmark$$

$$\textcircled{6} \quad l = 12\text{m} \quad / \quad b = 5\text{m} \quad / \quad h = 4.5$$

$$V = l \cdot b \cdot h = 5 \cdot 12 \cdot 4.5 \text{ m}^3 = 270 \text{ m}^3 \\ = 270'000 \text{ l}$$

$$x \cdot 120 + y \cdot 90 = 1000 \cdot 60 \cdot 1.28 = 76'800$$

$$x \cdot 90 + y \cdot 120 = 1000 \cdot 60 \cdot 1.205 = 72'300$$

$$12x + 9y = 7'680$$

$$9x + 12y = 7'230$$

$$4x + 3y = 2'560$$

$$3x + 4y = 2410$$

$$12x + 9y = 7'680$$

$$-12x + 16y = -9640$$

$$-7y = -1960$$

$$y = 280$$

$$430 \text{ l/min} \quad / \quad 280 \text{ l/min}$$

$$4x + 3 \cdot 280 = 2'560$$

$$4x = 1720$$

$$x = 430$$

7

$$\frac{7(a-b)}{11} + \frac{a}{4} = 4.8$$

$$\frac{7(2.4-b)}{11} + \frac{2.4}{4} = 4.8$$

a)

$$\frac{7(a-b)}{11} - \frac{3a}{4} = 2.4$$

$$\frac{16.8 - 7b}{11} + 0.6 = 4.8$$

$$\frac{a}{4} - \left(-\frac{3a}{4}\right) = 2.4$$

$$\frac{16.8 - 7b}{11} = 4.2$$

$$a = 2.4$$

$$16.8 - 7b = 46.2$$

$$-7b =$$

$$b = -4.2$$

$$\mathbb{L} = \{(2.4 | -4.2)\}$$

$$b) \quad \frac{5(3y-x)}{4} - \frac{3x}{7} = 3x + 0.5$$

$$\frac{7(3y-x)}{4} - 15.5 = \frac{4}{7}x$$

$$7(3y-x) - 62 = \frac{16}{7}x$$

$$49(3y-x) - 7 \cdot 62 = 16x$$

$$147y - 49x - 434 = 16x$$

$$147y - 434 = 65x$$

$$147y = 65x + 434$$

$$y = 4.5$$

$$\frac{35(3y-x)}{4} - 3x = 21x + 3.5$$

$$- \frac{35(3y-x)}{4} + 77.5 = \cancel{10.5} - \frac{20}{7}x$$

$$-3x + 77.5 = 21x - \frac{20}{7}x + 3.5$$

$$\cancel{74} = \cancel{24x} + \frac{20}{7}x$$

$$\cancel{74} = \frac{228}{7}x$$

$$74 = 24x - \frac{20}{7}x$$

$$\cancel{74} = \frac{168}{7}x$$

$$74 = \frac{168}{7}x - \frac{20}{7}x = \frac{148}{7}x$$

$$\frac{7 \cdot 74}{148} = x = \frac{7}{2}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ \left(\frac{7}{2}, \frac{9}{2} \right) \right\}$$

$$c) \frac{3(2r+s)}{4} + \frac{s}{3} = 15$$

$$\frac{3(2r+81)}{4} + \frac{81}{3} = 15 \quad | \cdot 12$$

$$\frac{3(2r+s)}{4} + \frac{s}{2} = 28.5$$

$$9(2r+81) + 324 = 180$$

$$18r + 9 \cdot 81 + 324 = 180$$

$$r = -48.5$$

$$\frac{s}{2} - \frac{s}{3} = 13.5 \quad | \cdot 6$$

$$3s - 2s = 81$$

$$s = 81$$

$$\underline{L} = \{(-48.5/81)\}$$

$$d) \frac{v+w}{2} = -\frac{4}{3}w + 10 \quad | \cdot 6$$

$$-w = -5 + \frac{v+w}{2} \quad | \cdot 2$$

$$-2w = -10 + v + w$$

$$-3w = -10 + v$$

$$3v + 3w = -8w + 60$$

$$3v + 11w = 60$$

$$\cancel{v - 2w = -10}$$

$$v + 3w = 10$$

$$\left| \begin{array}{l} 3v + 11w = 60 \\ v + 3w = 10 \end{array} \right|$$

$$v + 3 \cdot 15 = 10$$

$$v = -35$$

$$3v + 11w = 60$$

$$-3v - 9w = -30$$

$$2w = 30$$

$$w = 15$$

$$\underline{L} = \{(-35/15)\}$$

8

$$a) \begin{cases} x + y = -8 \\ 7x - 1.5 = 4.5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = -8 \\ 7x - 4.5y = 1.5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= -x - 8 \\ -4.5y &= -7x + 1.5 \\ y &= \frac{14}{9}x - \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y = -x - 8 \\ y = \frac{14}{9}x - \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\mathbb{L} = \{(-3, -5)\}$$

$$b) \begin{cases} 6p - 7q = 2.5 \\ -12.5p + 11q = -17.75 \end{cases}$$

$$-7q = 2.5 - 6p$$

$$7q = 6p - 2.5$$

$$q = \frac{6}{7}p - \frac{2.5}{7}$$

$$q = \frac{6}{7}p - \frac{5}{14}$$

$$11q = 12.5p - 17.75$$

$$q = \frac{25}{22}p - \frac{71}{44}$$

$$\mathbb{L} = \{(4.5, 3.5)\}$$

$$c) \frac{3n - 5.5m}{20.5m} = \frac{34.5}{20.5m}$$

$$\begin{cases} 3n - 34.5 = 5.5m \\ -12.5n - 64.65 = 20.5m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5.5m - 3n = -34.5 \\ 20.5m + 12.5n = -64.65 \end{cases}$$

$$-3n = -5.5m - 34.5$$

$$12.5n = -20.5m - 64.65$$

$$3n = 5.5m + 34.5$$

$$n = -\frac{20.5}{12.5}m - \frac{64.65}{12.5}$$

$$n = \frac{11}{6}m + \frac{69}{6}$$

$$n = -\frac{41}{25}m - \frac{1293}{250}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ (-4.8 / 2.7) \right\}$$

$$d) 3.5 = -0.5d + 0.4c$$

$$5d = 4c - 52.5$$

$$0.4c - 0.5d = 3.5$$

$$4c - 5d = 52.5$$

$$0.5d = 0.4c - 3.5$$

$$5d = 4c - 52.5 \quad | :5$$

$$d = 0.8c - 7$$

$$d = \frac{4}{5}c - 10.5$$

$$28 = 4d + 8.2c$$

$$35/8 - 7$$

$$\mathbb{L} = \left(\frac{35}{8}, -7 \right)$$

$$\mathbb{L} = \emptyset$$

9.

$$a) \begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ x + 2y + z = 8 \\ 2x + y + z = 11 \end{cases}$$

$$\mathcal{L} = \{(5, 2, -1)\}$$

$$b) \begin{cases} 2x - y + 5z = 15 \\ x + 3y - 2z = 1 \\ 4x + 5y + z = 10 \end{cases}$$

/

$$c) \begin{cases} 3a - 2b + 3c = 16 \\ a + b + c = 7 \\ 4a - 3b + 2c = 13 \end{cases}$$

$$\mathcal{L} = \{(2, 1, 4)\}$$

$$d) \begin{cases} ~~4u + 5w~~ \\ 4u - 3v + 5w = 1 \\ u + 2v - 7w = 14 \\ -6u + 5v - 9w = 1 \end{cases}$$

/

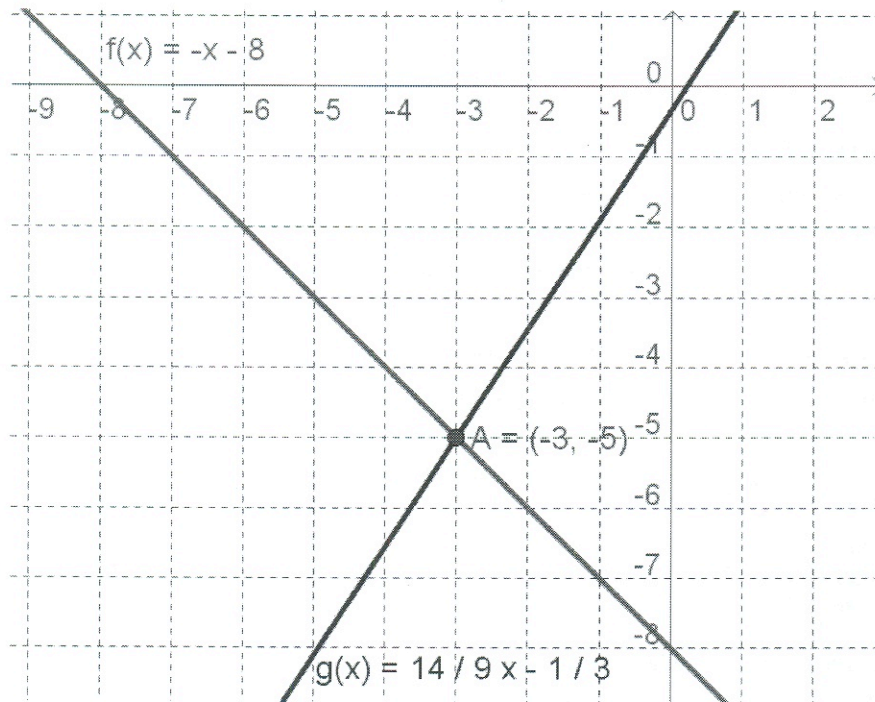
$$\begin{aligned} 4u - 3v + 5w &= 1 \\ -4u - 8v + 28w &= -56 \\ -11v + 33w &= -55 \\ 11v - 33w &= 55 \\ v - 3w &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -6u + 5v - 9w &= 1 \\ 6u + 12v - 42w &= 86 \\ 17v - 51w &= 85 \\ v - 3w &= \frac{85}{3} \end{aligned}$$

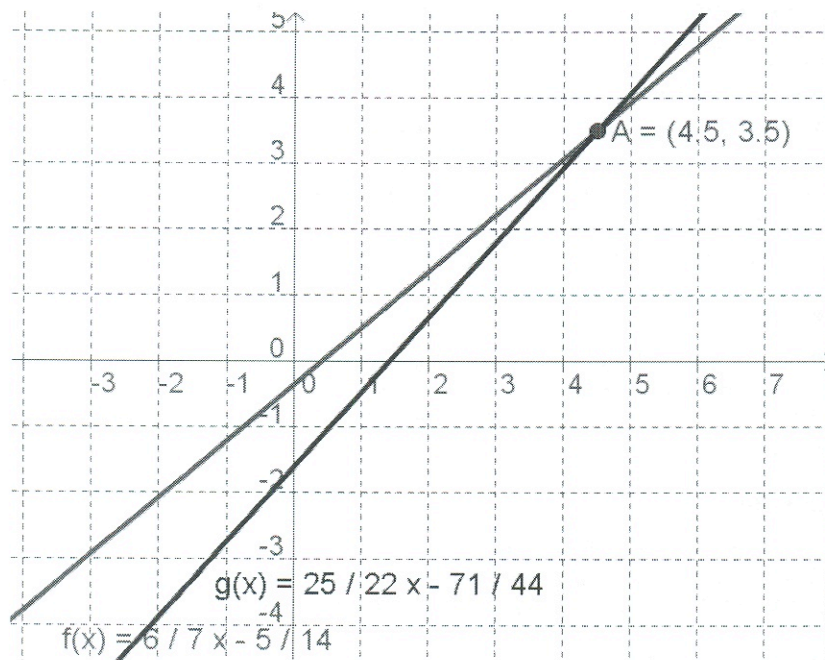
$$\mathcal{L} = \emptyset$$

Gleichungssysteme, Nummer 8

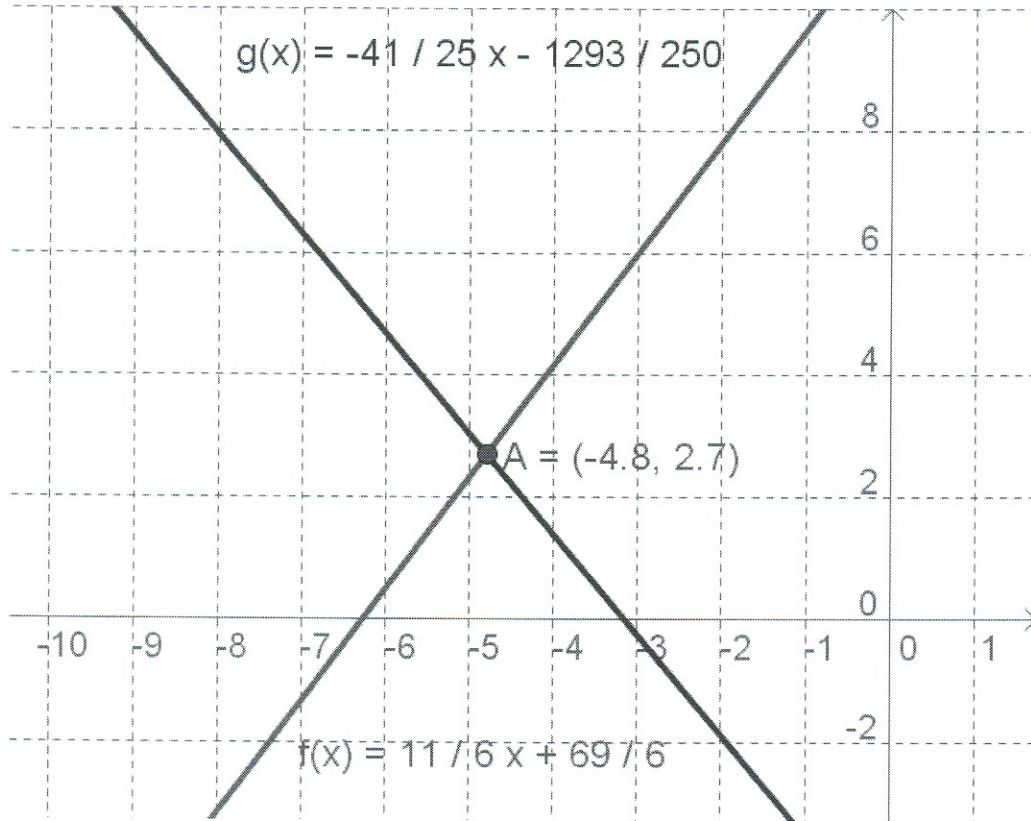
a)



b)



c)



d)

