

Aufgabe 1: Termvereinfachung

(18 Punkte)

- a) Addieren Sie die Bruchterme und vereinfachen Sie das Resultat so weit wie möglich. [5 Punkte]

$$\frac{2x+26}{x^2+2x-15} - \frac{3}{x-3} + \frac{2}{x+5} = \frac{2x+26}{(x+5)(x-3)} - \frac{3}{x-3} + \frac{2}{x+5} = \quad \text{1P.}$$

$$\frac{2x+26}{(x+5)(x-3)} - \frac{3(x+5)}{(x+5)(x-3)} + \frac{2(x-3)}{(x+5)(x-3)} = \quad \text{1P.}$$

$$\frac{2x+26-3(x+5)+2(x-3)}{(x+5)(x-3)} = \frac{2x+26-3x-15+2x-6}{(x+5)(x-3)} = \quad \text{2P.}$$

$$\frac{x+5}{(x+5)(x-3)} = \frac{1}{\underline{\underline{x-3}}} \quad \text{1P.}$$

- b) Vereinfachen Sie den Mehrfachbruch so weit wie möglich. [5 Punkte]

$$\frac{x - \frac{16}{x}}{x - 8 + \frac{16}{x}} = \frac{\frac{x^2 - 16}{x}}{\frac{x^2 - 8x + 16}{x}} = \frac{x^2 - 16}{x^2 - 8x + 16} = \frac{(x+4)(x-4)}{(x-4)^2} = \frac{(x+4)(x-4)}{x} \cdot \frac{x}{(x-4)^2} = \frac{x+4}{\underline{\underline{x-4}}}$$

1P.

1P.

1P.

1P.

1P.

- c) Vereinfachen Sie den Term und schreiben Sie das Resultat als Wurzel.
[4 Punkte]

$$\sqrt{\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(x \cdot x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{4}} \cdot \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{1+3}{4}} = \underline{\underline{x}}$$

1P.

1P.

1P.

1P.

- d) Fassen Sie den Term mit Hilfe der Logarithmusgesetze zu einem einzigen Logarithmus zusammen. Schreiben Sie das Resultat als Wurzel ohne negative oder gebrochene Potenzen. [4 Punkte]

$$\frac{1}{2} \log(x) - \frac{3}{2} \log(y) - \frac{5}{2} \log(z) =$$

$$\log\left(x^{\frac{1}{2}}\right) + \log\left(y^{-\frac{3}{2}}\right) + \log\left(z^{-\frac{5}{2}}\right) = \quad 1P.$$

$$\log\left(x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{3}{2}} \cdot z^{-\frac{5}{2}}\right) = \quad 1P.$$

$$\log\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}}{y^{\frac{3}{2}} \cdot z^{\frac{5}{2}}}\right) = \quad 1P.$$

$$\underline{\underline{\log\left(\sqrt{\frac{x}{y^3 z^5}}\right)}} \quad 1P.$$

Aufgabe 2: Gleichungen

(14 Punkte)

- a) Berechnen Sie die Definitionsmenge **D** und die Lösungsmenge **L** der Bruchgleichung. [6 Punkte]

$$\frac{1}{x^2 - 6x + 9} - \frac{1}{x + 3} = \frac{6}{x^2 - 9}$$

$$\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{1}{x+3} = \frac{6}{(x+3)(x-3)} \quad \text{1P.} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-3/3\} \quad \text{1P.}$$

$$(x+3) - (x-3)^2 = 6(x-3) \quad \text{1P.}$$

$$x+3 - (x^2 - 6x + 9) = 6x - 18$$

$$x+3 - x^2 + 6x - 9 = 6x - 18$$

$$x^2 - x - 12 = 0 \quad \text{1P.}$$

$$(x+3)(x-4) = 0$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = 4$$

$$x_1 \notin D, \quad \underline{\underline{L = \{4\}}} \quad \text{2P.}$$

- b) Berechnen Sie die Lösungen der Potenzgleichung. [4 Punkte]

$$16 \cdot (x-5)^6 - \frac{9}{4} = -2 \quad \Leftrightarrow$$

$$16 \cdot (x-5)^6 = \frac{1}{4} \quad \Leftrightarrow \quad \text{1P.}$$

$$(x-5)^6 = \frac{1}{64} \quad \Leftrightarrow \quad \text{1P.}$$

$$x-5 = \pm \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \text{1P.}$$

$$x = 5 \pm \frac{1}{2} \quad \underline{\underline{x_1 = 4.5 \quad x_2 = 5.5}} \quad \text{1P.}$$

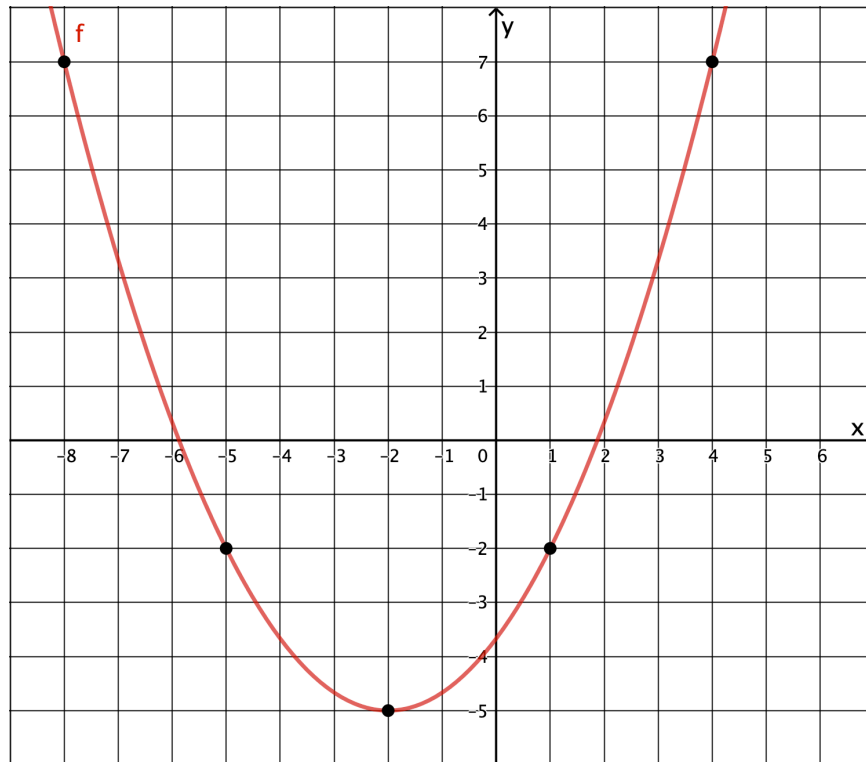
c) Berechnen Sie die Lösung der logarithmischen Gleichung. [4 Punkte]

Fehler! Es ist nicht möglich, durch die Bearbeitung von Feldfunktionen Objekte zu erstellen.

Aufgabe 3: Lineare und Quadratische Funktionen

(16 Punkte)

- a) Berechnen Sie anhand des Graphen die Quadratische Funktion $f(x)$ in der Normalform $f(x) = ax^2 + bx + c$. [8 Punkte]



Scheitel der Parabel: $S(-2|-5)$

$$f(x) = a \cdot (x+2)^2 - 5 \quad \text{4P.}$$

a durch ablesen aus Graph oder einsetzen eines Punktes

$$f(x) = \frac{1}{3}(x+2)^2 - 5 \quad \text{2P.}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{11}{3}}} \quad \text{2P.}$$

b) Berechnen Sie den Abstand der Gerade $g : y = -\frac{1}{3}x + \frac{20}{3}$ vom Nullpunkt des Koordinatensystems. [8 Punkte]

Zu g senkrechte Gerade durch Nullpunkt:

$$h : y = 3x \quad 2P.$$

$g \cap h :$

$$3x = -\frac{1}{3}x + \frac{20}{3} \quad 2P.$$

$$9x = -x + 20$$

$$10x = 20$$

$$x = 2$$

$$S(2|6) \quad 2P.$$

$$d = \sqrt{2^2 + 6^2} = \underline{\underline{2\sqrt{10} \approx 6.325}} \quad 2P.$$

Aufgabe 4: Betriebswirtschaftliche Funktionen

(10 Punkte)

- a) Die variablen Stückkosten eines Produkts betragen CHF 32.90 und die Fixkosten CHF 58'090.-. Zu welchem Preis wurde das Produkt verkauft, wenn bei 3'925 produzierten Einheiten die Gewinnschwelle erreicht wird? [4 Punkte]

Fixkosten werden durch Gewinn pro Stück gedeckt. Pro Stück beträgt der Gewinn somit:

$$58'090 : 3925 = 14.80 \quad \mathbf{2P.}$$

Kosten + Gewinn = Verkaufspreis:

$$VP = 32.90 + 14.80 = \mathbf{CHF 47.70} \quad \mathbf{2P.}$$

- b) Die Firma **SpinX** will einen fidget spinner auf den Markt bringen. Der Verkaufspreis beträgt CHF 9.80 pro Stück. Die Fixkosten betragen CHF 61'722.-. Werden 2'500 Stück produziert, so betragen die Kosten (Fixkosten plus variable Stückkosten) CHF 76'097.-. Berechnen Sie die Kosten-, die Erlös- und die Gewinnfunktion sowie die Gewinnschwelle. [6 Punkte]

Kostenfunktion:

$$y_K = m \cdot x + q$$

$$y_K = m \cdot x + 61'722 \quad \mathbf{1P.}$$

Punkt $P(2'500 \text{ Stk.} / \text{CHF } 76'097.-)$ einsetzen:

$$76097 = 2500m + 61722$$

$$2500m = 14375 \quad \mathbf{1P.}$$

$$m = 5.75$$

$$\underline{\underline{y_K = 5.75 \cdot x + 61'722}} \quad \mathbf{1P.}$$

Erlösfunktion:

$$\underline{\underline{y_E = 9.8 \cdot x}} \quad \mathbf{1P.}$$

Gewinnfunktion:

$$y_G = y_E - y_K$$

$$\underline{\underline{y_G = 4.05 \cdot x - 61'722}} \quad \mathbf{1P.}$$

Gewinnschwelle:

$$61722 : 4.05 = \underline{\underline{15'240 \text{ Stück}}} \quad \mathbf{1P.}$$

Aufgabe 5: Datenanalyse

(6 Punkte)

- a) Die Maturitätsprüfung in Mathematik eines grossen Gymnasiums ergab einen Notendurchschnitt von 4.1 und eine Standardabweichung von $s = 0.5$. Erklären Sie anhand dieser Angaben die 68-95-99 – Regel. [3 Punkte]

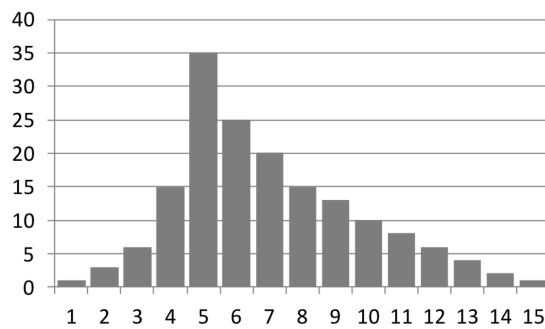
68% der SuS liegen im Intervall [3.6 / 4.6]

95% der SuS liegen im Intervall [3.1 / 5.1]

99% der SuS liegen im Intervall [2.6 / 5.6]

Je 1 Punkt.

- b) Im folgenden Bild ist eine rechtsschiefe Verteilung zu sehen. Welcher Boxplot passt zu dieser Verteilung, A oder B? (Die Whisker sind hier nicht relevant und wurden weggelassen) [3 Punkte]



Boxplot A:



richtig

Boxplot B:



falsch

Aufgabe 6: Datenanalyse

(12 Punkte)

Die geordnete Stichprobe zeigt die Nutzungsdauer des Mobiltelefons pro Tag in Stunden von 20 zufällig befragten Personen.

0 / 0.3 / 0.3 / 0.5 / 0.6 / 0.8 / 0.8 / 1 / 1 / 1 / 1.2 / 1.2 / 1.3 / 1.5 / 1.5 / 1.6 / 1.8 / 2.5 / 3.1 / 4.2

- a) Berechnen Sie den Mittelwert (arithmetisches Mittel) der täglichen Nutzungsdauer. [4 Punkte]

$$\bar{x} = \frac{26.2}{20} = \underline{\underline{1.31}} \quad \mathbf{4P.}$$

- b) Berechnen Sie den Median der täglichen Nutzungsdauer. [4 Punkte]

$$\text{Median} = \frac{1+1.2}{2} = \underline{\underline{1.1}} \quad \mathbf{4P.}$$

- c) Berechnen Sie das erste und das dritte Quartil, den Interquartilsabstand IQR sowie die Spannweite der Datenreihe. [4 Punkte]

$$Q_1 = \frac{0.6+0.8}{2} = 0.7$$

$$Q_3 = \frac{1.5+1.6}{2} = 1.55$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 0.85$$

$$\text{Spannweite} = 4.2$$

Je 1 Punkt.

Aufgabe 7: Zinseszinsrechnung

(12 Punkte)

- a) Die Firma **TradeAll** hat für ihre Auslieferungen einen LKW für CHF 134'000.- angeschafft. Wie viele Jahre dauert es, bis der Wert des LKW auf die Hälfte des Kaufpreises abgeschrieben ist, wenn sein jährlicher Wertverlust 12.3% beträgt? [5 Punkte]

$$134'000 \cdot (1 - 12.3\%)^n = 67'000 \quad \text{3P.}$$

$$(1 - 12.3\%)^n = \frac{1}{2}$$

$$n \cdot \log(0.877) = \log\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$n = -\frac{\log(2)}{\log(0.877)} \approx \underline{\underline{5.28}} \quad \text{1P.}$$

Nach 6 Jahren. 1P.

- b) Leo hat eine Million Franken geerbt und gibt davon pro Jahr jeweils 15% des noch vorhandenen Vermögens aus. Jessica hat sich ein Vermögen von CHF 20'000.- angespart. Damit tätigt sie riskante Geschäfte auf dem Aktienmarkt und erzielt damit einen jährlichen Zuwachs von 22.5%. Wie viele Jahre dauert es, bis die Vermögen von Leo und Jessica gleich gross sind? [7 Punkte]

$$1'000'000 \cdot (1 - 15\%)^n = 20'000 \cdot (1 + 22.5\%)^n \quad \text{3P.}$$

$$50 \cdot 0.85^n = 1.225^n$$

$$\frac{1.225^n}{0.85^n} = 50$$

$$\left(\frac{1.225}{0.85}\right)^n = 50 \quad \text{2P.}$$

$$n \cdot \log\left(\frac{1.225}{0.85}\right) = \log(50)$$

$$n = \frac{\log(50)}{\log\left(\frac{1.225}{0.85}\right)} \approx 10.7 \quad \text{1P.}$$

Zwischen dem 10. und dem 11. Jahr 1P.

Aufgabe 8: Lineare Optimierung

(12 Punkte)

Die Firma **U-Clean** investiert CHF 46'500.- in die Produktion von Besen und Wischmops. Die Produktionskosten betragen CHF 20.- pro Besen und CHF 50.- pro Wisch-mop. Die Verkaufspreise betragen CHF 26.- pro Besen und CHF 60.- pro Wischmop. Insgesamt sollen zusammen maximal 1'200 Besen und Wischmops produziert werden.

- a) Berechnen Sie die Zielfunktion und die Nebenbedingungen. Bezeichnen Sie mit x die Menge der Besen und mit y die Menge der Wischmops. [4 Punkte]

Nebenbedingungen:

$$x \geq 0, y \geq 0 \quad 1P.$$

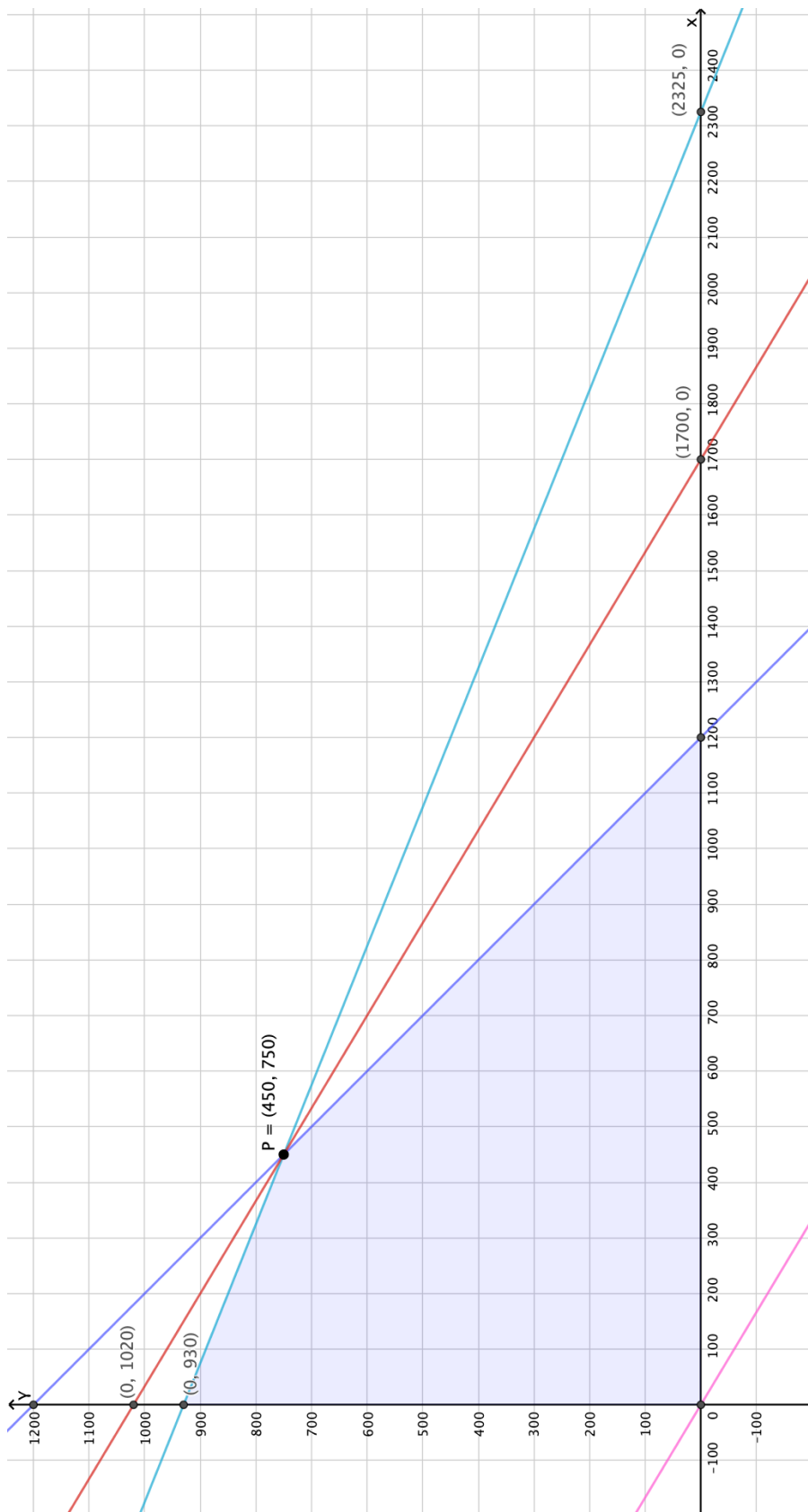
$$x + y \leq 1'200 \Leftrightarrow y \leq -x + 1200 \quad 1P.$$

$$20x + 50y \leq 46'500 \Leftrightarrow y \leq -\frac{2}{5}x + 930 \quad 1P.$$

Zielfunktion:

$$z = 6x + 10y \Leftrightarrow y = -\frac{3}{5}x + \frac{z}{10} \quad 1P.$$

- b) Zeichnen Sie das Planungspolygon inklusive der Zielfunktion in ein geeignet gewähltes und beschriftetes Koordinatensystem ein. [4 Punkte]



Zeichnung:

Je 1 Punkt für das KoSy, die beiden Nebenbedingungen und die Zielfunktion

- c) Wie viele Besen und wie viele Wischmops muss die Firma verkaufen, um einen maximalen Gewinn zu erzielen? Wie gross ist dieser Gewinn?
[4 Punkte]

Maximum im Punkt P , dem Schnittpunkt der beiden Nebenbedingungen:

$$-\frac{2}{5}x + 930 = -x + 1'200$$

$$-2x + 4'650 = -5x + 6'000$$

$$3x = 1'350$$

$$x = 450, y = -450 + 1'200 = 750$$

$$P(450 / 750)$$

450 Besen, 750 Wischmop

2P.

Gewinn:

$$z = 6x + 10y = 6 \cdot 450 + 10 \cdot 750 = 10'200$$

Der Gewinn beträgt CHF 10'200.-

2P.