

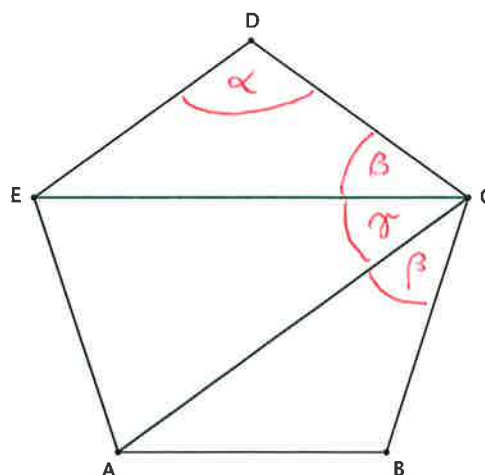
Prüfung GestBM 3P, Freitag, 27.11.2015:

Trigonometrie II

Hinweis:

Es wird eine minimale Genauigkeit von zwei Nachkommastellen erwartet. Speichern Sie Zwischenresultate auf dem TR und runden Sie erst das Endresultat.

1. Im Dreieck ABC gilt $a = 5.39$ m, $b = 9.46$ m und $\beta = 68.5^\circ$. Berechnen Sie die fehlenden Seitenlängen und Innenwinkel des Dreiecks.
2. Im Dreieck ABC gilt $a = 1.82$ m, $b = 2.566$ m und $c = 2.735$ m. Berechnen Sie die Innenwinkel und die Fläche des Dreiecks.
3. Im Dreieck ABC gilt $c = 10$ m, $\beta = 35^\circ$ und $s_c = 7$ m, wobei s_c die Seitenhalbierende der Seite c ist. Berechnen Sie die fehlenden Seitenlängen und die Innenwinkel des Dreiecks.
4. Im Dreieck ABC gilt $\alpha = 102.7^\circ$, $c = 13.8$ m und $w_\beta = 15.6$ m, wobei w_β die Winkelhalbierende des Winkels β ist. Berechnen Sie die fehlenden Seitenlängen und die Innenwinkel des Dreiecks.
5. Das regelmässige 5-Eck hat eine Seitenlänge von 25 cm. Berechnen Sie die Fläche des grün gefärbten Dreiecks ACE .

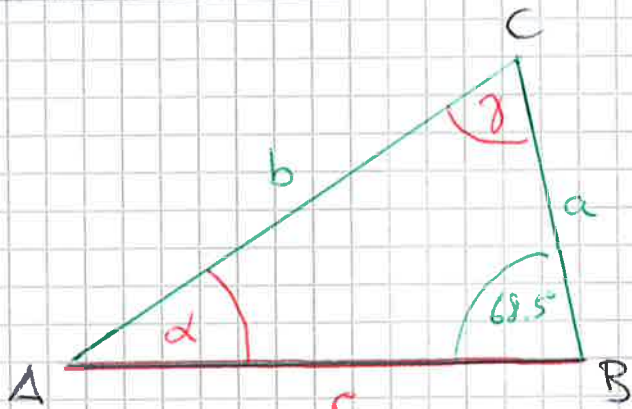


Aufgabe	Punkte
1.	4
2.	4
3.	4
4.	4
5.	4

Viel Erfolg!

Gest BM 3P, 27.11.15

① $a = 5.39\text{m}$
 $b = 9.46\text{m}$
 $\beta = 68.5^\circ$



- α berechnen:

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} \quad | \cdot a$$

$$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{b}$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{a \cdot \sin \beta}{b} \right)$$

$$\alpha \approx 32.013673756...$$

$$\underline{\underline{\alpha \approx 32.01^\circ}}$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta \approx 79.486326243...$$

$$\underline{\underline{\gamma \approx 79.49^\circ}}$$

- c berechnen:

$$\frac{c}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow c = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$$

$$c = \frac{9.46 \cdot \sin 79.49^\circ}{\sin 68.5^\circ} \approx 9.99678...$$

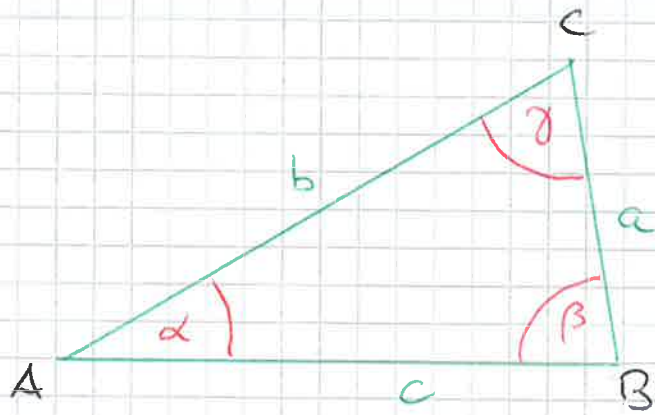
$$\underline{\underline{\approx 10\text{m}}}$$

(2)

$$a = 1.82 \text{ m}$$

$$b = 2.566 \text{ m}$$

$$c = 2.735 \text{ m}$$



γ berechnen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$
$$\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab} = \cos \gamma$$

$$\gamma = \cos^{-1} \left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab} \right) = 75.0051721 \dots$$

$$\underline{\underline{\gamma \approx 75.01^\circ}}$$

α berechnen:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$\alpha \approx \cos^{-1} \left(\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc} \right) \approx 40.6001216 \dots$$

$$\underline{\underline{\alpha \approx 40^\circ}}$$

β berechnen:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$\beta \approx \cos^{-1} \left(\frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2ac} \right) \approx 64.994061141 \dots$$

$$\underline{\underline{\beta \approx 64.99^\circ}}$$

Fläche: $A = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \approx 2.2551555163 \dots$

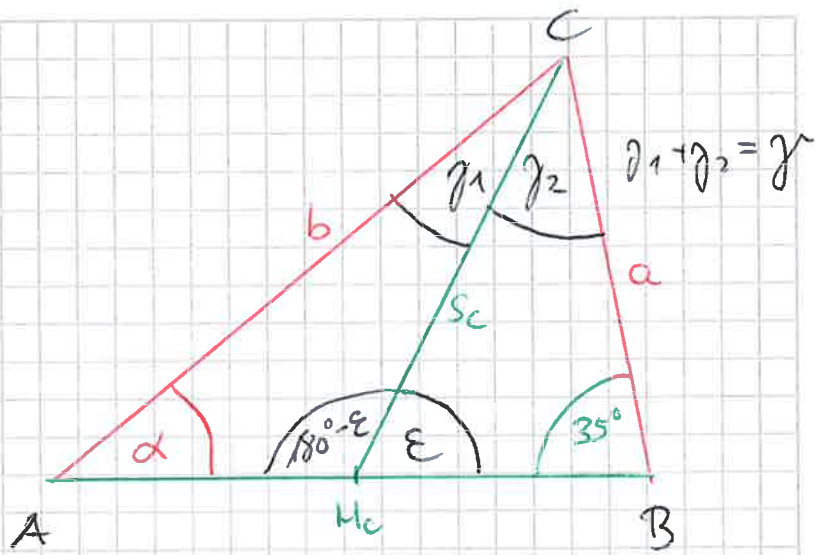
$$\underline{\underline{A \approx 2.26 \text{ m}^2}}$$

③

$$c = 10 \text{ m}$$

$$\beta = 35^\circ$$

$$s_c = 7 \text{ m}$$



Winkel E ; $180^\circ - E$: Winkel von s_c auf Seite c

γ_2 berechnen:

$$\frac{\sin \gamma_2}{c/2} = \frac{\sin \beta}{s_c}$$
$$\gamma_2 = \sin^{-1} \left(\frac{c}{2} \cdot \frac{\sin \beta}{s_c} \right) \approx 24.18518361787 \dots$$
$$\underline{\underline{\gamma_2 \approx 24.19^\circ}}$$

$$E = 180^\circ - 35^\circ - \gamma_2 \approx 120.81411691213 \dots$$

$$\underline{\underline{E \approx 120.81^\circ}}$$

Seite a : $\frac{a}{\sin E} = \frac{s_c}{\sin 35^\circ} \Rightarrow a = \frac{s_c \cdot \sin E}{\sin 35^\circ} \approx 10.481310455$

$$\underline{\underline{a \approx 10.48 \text{ m}}}$$

Seite b : $b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos 35^\circ} \approx 6.1751931160 \dots$

$$\underline{\underline{b \approx 6.18 \text{ m}}}$$

Winkel α : $\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1} \left(\frac{a \cdot \sin \beta}{b} \right) = 76.762517 \dots$

$$\underline{\underline{\alpha \approx 76.76^\circ}}$$

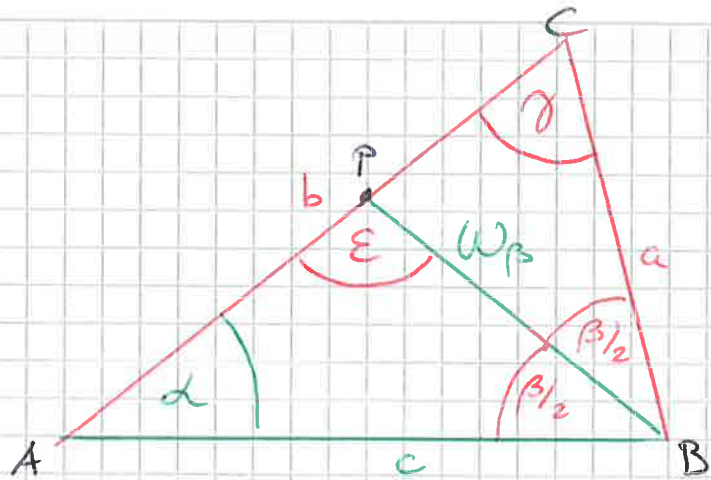
Winkel γ : $\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta \approx 68.23741781 \dots \approx \underline{\underline{68.24^\circ}}$

4

$$\alpha = 102.7^\circ$$

$$c = 13.8 \text{ m}$$

$$w_\beta = 15.6 \text{ m}$$



Teildreieck ABP:

$$\frac{\sin \alpha}{w_\beta} = \frac{\sin \epsilon}{c}$$

$$\epsilon = \sin^{-1} \left(\frac{c \cdot \sin \alpha}{w_\beta} \right) \approx 59.6526321982^\circ$$

$$\underline{\underline{\epsilon \approx 59.65^\circ}}$$

Winkel β :

$$\frac{\beta}{2} = 180^\circ - \alpha - \epsilon \approx 17.65^\circ$$

$$\underline{\underline{\beta \approx 35.3^\circ}} \quad (35.2951934118\dots)$$

Winkel γ :

$$\gamma = 180 - \alpha - \beta \approx 42.004065097\dots$$

$$\underline{\underline{\gamma \approx 42^\circ}}$$

Seite a:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow a = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma} \approx 20.11716208\dots$$

$$\underline{\underline{a \approx 20.12 \text{ m}}}$$

Seite b:

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma} \approx 11.71514729\dots$$

$$\underline{\underline{b \approx 11.92 \text{ m}}}$$

$$\textcircled{5} \quad \alpha = 2 \cdot \left(\frac{180 - \frac{360}{5}}{2} \right) = 180^\circ - \frac{360^\circ}{5} = \underline{\underline{108^\circ}}$$

$$\begin{aligned} \overline{EC} &= \sqrt{\overline{ED}^2 + \overline{DC}^2 - 2 \cdot \overline{ED} \cdot \overline{DC} \cdot \cos \alpha} \\ &= \sqrt{25^2 + 25^2 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cdot \cos 108^\circ} \\ &\approx 40.45018491718... \approx \underline{\underline{40.451 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

Winkel γ : ($\angle ECA$)

$$\overline{EA}^2 = \overline{EC}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \overline{EC} \cdot \overline{AC} \cdot \cos \gamma; \quad \overline{EC} = \overline{AC}$$

$$25^2 = 2 \overline{EC}^2 - 2 \overline{EC}^2 \cdot \cos \gamma$$

$$25^2 = 2 \overline{EC}^2 (1 - \cos \gamma)$$

$$\frac{25^2}{2 \overline{EC}^2} = 1 - \cos \gamma$$

$$\cos \gamma = 1 - \frac{25^2}{2 \overline{EC}^2}$$

$$\gamma = \cos^{-1} \left(1 - \frac{25^2}{2 \overline{EC}^2} \right) \approx 36^\circ$$

$$\underline{\underline{\gamma = 36^\circ}} \quad (\gamma = \beta !)$$

$$\begin{aligned} A_{\triangle ACE} &= \frac{1}{2} \overline{EC} \cdot \overline{AC} \cdot \sin(\gamma) \quad \overline{AC} = \overline{EC} \\ &= \frac{1}{2} \overline{EC}^2 \cdot \sin \gamma = 480.888052184... \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{A \approx 480.89 \text{ cm}^2}}$$

