7BM SA, 20.12.2013

① a) $\begin{pmatrix}3\\-7\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\-6\end{pmatrix}=0$

$3x+42=0$

$\underline{\underline{x=-14}}$

b) $\begin{pmatrix}-2\\-6\\-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-4\\y\\4\end{pmatrix}=0$

$8-6y-12=0$

$\underline{\underline{y=-\frac{2}{3}}}$

② $\begin{pmatrix}-1\\-7\\5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\-2\end{pmatrix}=0 \quad ; \quad x=3y$

$-x-7y-10=0$

einsetzen

$-3y-7y-10=0$

$10y=-10$

$\underline{\underline{y=-1 \quad ; \quad x=-3}}$

Test:

$\begin{pmatrix}-1\\-7\\5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3\\-1\\-2\end{pmatrix}=3+7-10=0$

③ a) $\cos\varphi=\frac{\vec{a}\vec{b}}{ab}=\frac{\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-8\\15\end{pmatrix}}{\underbrace{\sqrt{3^2+4^2}}_{=5}\underbrace{\sqrt{8^2+15^2}}_{17}}=\frac{-24-60}{5\cdot17}$

$\cos\varphi=-\frac{84}{85}$

$\varphi=\arccos\left(-\frac{84}{85}\right)\approx\underline{\underline{171.203°}}$

nspire: $\cos^{-1}\left(\frac{\text{dotP}(a,b)}{\text{norm}(a)\cdot\text{norm}(b)}\right)$

b) analog; $\underline{\underline{\varphi\approx166.602°}}$

(4) Man nehme:

für x-Achse Vektor in Richtung von x mit Länge 1

$\hookrightarrow \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; resp. $\vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

für die y- und z-Richtung

$$\sphericalangle(\vec{v}, \vec{y}): \quad \varphi = \cos^{-1}\left(\frac{\begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\sqrt{1^2+8^2+4^2} \cdot \sqrt{1^2}} \right)$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{8}{9} \right) \cong \underline{\underline{27.266^\circ}}$$

$$\sphericalangle(\vec{v}, \vec{z}) \cong \underline{\underline{116.388^\circ}}$$

(5)

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ 7 \end{pmatrix}}{\sqrt{4^2+3^2}\sqrt{x^2+7^2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{-4x-21}{5\sqrt{x^2+7^2}} \quad \Big/ \text{quadriere}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{(4x+21)^2}{5^2 \cdot (x^2+7^2)} \quad \Big/ \cdot 10 \cdot (x^2+7^2)$$

$$2(4x+7^2)^2 = 25(x^2+49)$$

$$32x^2+336x+882 = 25x^2+1225$$

$$x^2+48x-49 = 0$$

$$(x-1)(x+49) = 0$$

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 1 \\ x_2 &= -49 \end{aligned}}$$

aber: nur x_2 ist echte Lösung; $x_1 = 1$ ergibt einen Winkel von 135°