TBM 7B, 2.12.2015

(1) a) $\begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k+4 \\ k-10 \end{pmatrix} = 0$

$$9(k+4) - 2(k-10) = 0$$
$$9k + 36 - 2k + 20 = 0$$
$$7k = -56$$
$$\underline{\underline{k = -8}}$$

b) $\begin{pmatrix} k \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k \\ k+4 \\ 8 \end{pmatrix} = 0$

$$k^2 - 7(k+4) + 40 = 0$$
$$k^2 - 7k + 12 = 0 \qquad k_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2}$$
$$(k-4)(k-3) = 0 \qquad = \frac{7 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 4 \end{cases}$$
$$k_1 = 3$$
$$k_2 = 4$$

(2) $\vec{r}_{T_1} = \vec{r}_A + \frac{1}{3}\vec{AB}$

$$= \vec{r}_A + \frac{1}{3}(\vec{r}_B - \vec{r}_A) = \frac{2}{3}\vec{r}_A + \frac{1}{3}\vec{r}_B$$
$$= \frac{1}{3}(2\vec{r}_A + \vec{r}_B) = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 11 \end{pmatrix}}}$$

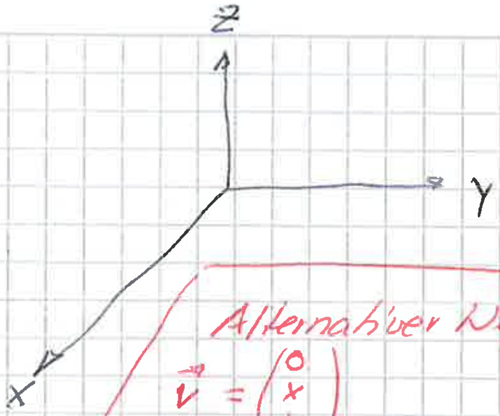
$\vec{r}_{T_2} = \vec{r}_A + \frac{2}{3}\vec{AB}$

$$= \vec{r}_A + \frac{2}{3}(\vec{r}_B - \vec{r}_A) = \frac{1}{3}\vec{r}_A + \frac{2}{3}\vec{r}_B$$
$$= \frac{1}{3}(\vec{r}_A + 2\vec{r}_B) = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}}}$$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -6 \\ 24 \\ -48 \end{pmatrix}, \ \frac{1}{3}\vec{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ -16 \end{pmatrix}$

③ $\vec{v} \parallel yz$-Ebene

$\Rightarrow$ x-Komp. $= 0$



$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

Alternativer Weg:

$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ x \\ y \end{pmatrix}$

$\vec{v} \cdot \vec{w} = 0 \; ; \; v = |\vec{v}| = 1$

Solve(dotP(v,w)=0 and norm(v)=1, {x,y})

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} = 0$$

$$-3v_y - 4v_z = 0$$

$$4v_z = -3v_y$$

$$v_z = -\frac{3}{4} v_y$$

Wähle v_y als 4; d.h. $v_y = 4$

$$\Rightarrow \quad v_z = -\frac{3}{4} v_y = -\frac{3}{4} \cdot 4 = -3$$

$$\Rightarrow \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \text{Test: } \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} = -12 + 12 = 0$$

$$\vec{v}\,' = \frac{\vec{v}}{v} = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 0 \\ 4/5 \\ -3/5 \end{pmatrix}}}$$

Zweite Lösung ist der gleich lange aber antiparallele Vektor $\vec{v}\,'' = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 0 \\ -4/5 \\ 3/5 \end{pmatrix}}}$

4

Winkel α: $\alpha = \sphericalangle(\vec{AB}, \vec{AC})$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\vec{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}\right) = \left(\frac{\begin{pmatrix} 11 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}}{\sqrt{11^2+4^2+2^2}\sqrt{6^2+4^2+1^2}}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{86}{\sqrt{141}\sqrt{53}}\right) = 22.267'062'525\ldots$$

$$\cong \underline{\underline{22.27^\circ}}$$

Winkel β: $\beta = \sphericalangle(\vec{BA}, \vec{BC})$

$\vec{BA} = \begin{pmatrix} -11 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\vec{BC} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{\overline{BA} \cdot \overline{BC}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{\begin{pmatrix} -11 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}}{\sqrt{141}\sqrt{34}}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{61}{\sqrt{141}\sqrt{34}}\right) = 28.235'564'233\ldots$$

$$\cong \underline{\underline{28.24^\circ}}$$

Winkel γ: $\gamma = \sphericalangle(\vec{CA}, \vec{CB})$

$\vec{CA} = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{CB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{CA} \cdot \vec{CB}}{\overline{CA} \cdot \overline{CB}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{\begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{53}\sqrt{34}}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{-27}{\sqrt{53}\sqrt{34}}\right) = 129.497'373'242\ldots$$

$$\cong \underline{\underline{129.5^\circ}}$$

5

$\vec{r}_A = \begin{pmatrix} -5 \\ 17 \\ 17 \end{pmatrix}$; $\vec{r}_B = \begin{pmatrix} 3 \\ y \\ 2 \end{pmatrix}$; $\vec{r}_S = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 25 \end{pmatrix}$

$$\frac{\vec{SA} \cdot \vec{SB}}{\overline{SA} \cdot \overline{SB}} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$\vec{SA} = \begin{pmatrix} -15 \\ 17 \\ -8 \end{pmatrix}$

$\vec{SB} = \begin{pmatrix} -7 \\ y \\ -23 \end{pmatrix}$

$$\frac{17y + 289}{17 \cdot \sqrt{2(y^2 + 578)}} = \frac{1}{2} \quad \Big/ \; x^2 \text{ (quadrieren)}$$

$$\frac{(y+17)^2}{2(y^2+578)} = \frac{1}{4}$$

$$y^2 + 68y = 0$$

$$y(y+68) = 0$$

$y = 0$ oder $y + 68 = 0$

$y = -68$

durch quadrieren können Lösungen hinzukommen

$\Rightarrow$ man muss Lösungen testen anhand der Ausgangsgleichung

$\Rightarrow$ nur $\underline{\underline{y = 0}}$ ist Lösung!

6

$P(15/0/0)$

$Q(0/10/0)$

$S(10/10/z)$

Rechter Winkel in Scheitel S:

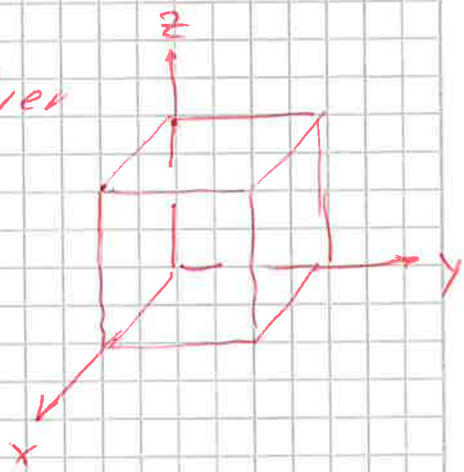
$$\vec{SP} \cdot \vec{SQ} = 0$$

$$z^2 - 50 = 0$$

$$z = \pm\sqrt{50} = \pm\sqrt{2 \cdot 25} = \underline{\underline{\pm 5\sqrt{2}}}$$

$\hookrightarrow$ 2 Lösungen!

Koordinatensystem mittels unterer Würfelfläche definiert:



Lösung + 10

$$\pm 5\sqrt{2} + 10 = 5\sqrt{2} \pm 10$$