

VG, TBM 7E, 7.9.2016

① a) $\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} = -15 + 15 = \underline{\underline{0}}$

b) $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = -2 + 2 + 0 = \underline{\underline{0}}$

② a) $\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k-12 \\ k-4 \end{pmatrix} = -3k + 36 - 5k + 20 = 0$

$$8k = 56$$

$$\underline{\underline{k = 7}}$$

b) $\begin{pmatrix} k-1 \\ -3k+1 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k-3 \\ k-1 \\ k-1 \end{pmatrix} = (k-1)(k-3) + (-3k+1)(k-1) + 2(k-1) = 0$

$$-2k^2 - 2k + 4 = 0 \quad /: (-2)$$

$$k^2 + k - 2 = 0$$

$$(k-1)(k+2) = 0$$

$$\underline{\underline{k_1 = 1; k_2 = -2}}$$

③ $\sphericalangle(CAB) = \sphericalangle(\vec{AC}, \vec{AB}) = \cos^{-1} \left(\frac{(\vec{r}_C - \vec{r}_A) \cdot (\vec{r}_B - \vec{r}_A)}{|\vec{r}_C - \vec{r}_A| \cdot |\vec{r}_B - \vec{r}_A|} \right)$

$$\underline{\underline{= 39.627^\circ}}$$

$$\sphericalangle(ABC) = \sphericalangle(\vec{BA}, \vec{BC}) = \underline{\underline{90^\circ}}$$

$$(4) \vec{r}_P = \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{PA} = \begin{pmatrix} -3 \\ -y-5 \\ -12 \end{pmatrix}; \vec{PB} = \begin{pmatrix} 30 \\ -y-36 \\ -20 \end{pmatrix}$$

$$\vec{PA} \cdot \vec{PB} = 0$$

$$(\vec{r}_A - \vec{r}_P) \cdot (\vec{r}_B - \vec{r}_P) = 0$$

$$y^2 + 41y + 330 = 0$$

$$(y+11)(y+30) = 0$$

$$\underline{y_1 = +11; y_2 = -30}$$

$$\begin{pmatrix} -3 \\ -16 \\ -23 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ -25 \\ -20 \end{pmatrix} = -90 - 150 + 240 = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 25 \\ -12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ -6 \\ -20 \end{pmatrix} = -90 - 100 + 240 = 0 \quad \checkmark$$

(5) Wenn \vec{u} senkrecht zu \vec{v} steht, ist \vec{u} auch senkrecht zu \vec{w} und \vec{n} !

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \\ \vec{u} \cdot \vec{w} = 0 \\ u = 1 \end{cases} \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow -x + 3y - 5z = 0$$

$$\vec{u} \cdot \vec{w} = 0 \Leftrightarrow -3x + 2y + 3z = 0$$

$$u = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{2\sqrt{734}}{1} \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 2\sqrt{734}$$

↳ 3 Gleichungen, 3 Unbekannte

$$\underline{\underline{\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} -38 \\ -36 \\ -14 \end{pmatrix}; \vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 38 \\ 36 \\ 14 \end{pmatrix}}}$$